NEVF169 11.5.2021

PŘEDPOKLADY:

odvození BKR $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\vec{x}}{dt} \cdot \nabla_x f + \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \nabla_v f =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_x f + \frac{\vec{F}}{m} \cdot \nabla_v f = \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)_{coll}$$

– v rovnováze

$$f = n_0 \left(\frac{m}{2\pi KT} \right)^{3/2} \exp\left(- \frac{\frac{1}{2} m v^2 + \overbrace{U(\vec{r})}^{q \cdot \varphi(\vec{r})}}{KT} \right)$$

Maxwellova – Boltzmannova rozdělení

$$n(\vec{r}) = \int f \, d\vec{v} = n_0 \exp\left(- \frac{U(\vec{r})}{KT} \right)$$

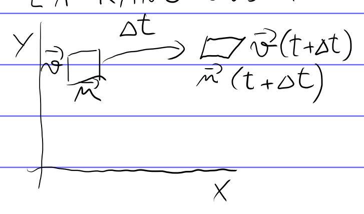
– odvození tekutinového popisu plazmatu

– TEKUTINA – prostorové rozdělení

– koncentrace, rychlost, tlak ...

TEKUTINOVÝ POPIS

LAGRANGEOVSKÝ



– konvektivní derivace (totální)

$$\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla$$

$$\frac{dx}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \dots$$

– částicový popis

EULEROVSKÝ

pevný bod v prostoru

$$\frac{\partial}{\partial t}$$

– VLAST. MAXWELLOVA ROZDĚLENÍ

$$\hat{f} = f/n \qquad \int \hat{f} \, d\vec{v} = 1$$

$$\hat{f}_{\vec{v}} = \left(\frac{m}{2\pi KT} \right)^{3/2} \exp\left(- \frac{m v^2}{2KT} \right)$$

$\hat{f}_{\vec{v}}(\vec{v}) \, d\vec{v}$: pravděpodobnost $\vec{v} \in (v_x, v_x + dv_x) \times (v_y, v_y + dv_y) \times (v_z, v_z + dv_z)$

rozdělení 1 složky rychlosti v_x

$$\hat{f}_{\vec{v}} \, d\vec{v} = \hat{f}_{v_x v_y v_z} \, dv_x \, dv_y \, dv_z$$

$$\hat{f}_{v_x} \, dv_x = \int_{-\infty}^{\infty} dv_y \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \left(\hat{f}_{v_x v_y v_z} \, dv_x \right) =$$

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(- \frac{m v_y^2}{2KT} \right) dv_y = \sqrt{\frac{2\pi KT}{m}} \right|$$

$$\hat{f}_{v_x} \, dv_x = \sqrt{\frac{m}{2\pi KT}} \exp\left(- \frac{m v_x^2}{2KT} \right) dv_x$$

rozdělení $v = |\vec{v}|$

$(v_x, v_y, v_z) \to (v, \theta, \varphi)$

$$d\vec{v} = \sin\theta \, v^2 \, d\varphi \, d\theta \, dv$$

$$\hat{f}_{\vec{v}}(\vec{v}) \, d\vec{v} = \underbrace{\hat{f}_{\vec{v}}(\vec{v}(v, \theta, \varphi)) \sin\theta \, v^2}_{\hat{f}_{\theta\varphi v}} \, d\theta \, d\varphi \, dv$$

$$\hat{f}_v \, dv = \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\hat{f}_{\theta\varphi v} \right) dv = \overbrace{\left(\int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \right)}^{2} \cdot$$

$$\underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi}_{2\pi} \, \hat{f}_{\vec{v}} \, v^2 \, dv = \underline{4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi KT} \right)^{3/2} \exp\left(- \frac{m v^2}{2KT} \right) dv}$$

rozdělení $E = \frac{1}{2} m v^2$; $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$

$$dv = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m}{2E}} \frac{2}{m} \, dE$$

$$\hat{f}_v \, dv = 4\pi \frac{2E}{m} \left(\frac{m}{2\pi KT} \right)^{3/2} \exp\left(- \frac{E}{KT} \right) \frac{dE}{\sqrt{2Em}} =$$

$$= \underbrace{\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{2\sqrt{E}}{(KT)^{3/2}} \exp\left(- \frac{E}{KT} \right)}_{f_E} dE$$

— PARAMETRY MAXW. ROZDĚLENÍ

- střední velikost rychlosti

$$\langle v \rangle = \int v \hat{f}_v \, dv \ | \text{substituce} | = \sqrt{\frac{8KT}{\pi m}}$$

- nejpravděp. rychlost (modus $\hat{f}_v$)

$$\left. \frac{d\hat{f}_v}{dv} \right|_{v_{prob}} = 0 \leftrightarrow \left. \frac{d \ln \hat{f}_v}{dv} \right|_{v_{prob}} = 0 \to v_{prob} = \sqrt{\frac{2KT}{m}}$$

- $\langle v^2 \rangle = \frac{2}{m} \frac{3}{2} KT \qquad v_{RMS} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3KT}{m}}$

- nejpravděp. energie (modus $\hat{f}_E$)

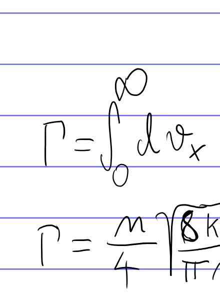
$$\left. \frac{d \ln \hat{f}_E}{dE} \right|_{E_{prob}} = 0 \to E_{prob} = \frac{KT}{2}$$

$$v_{E_{prob}} = \sqrt{\frac{KT}{m}}$$

$$v_{E_{prob}} < v_{prob} < \langle v \rangle < v_{RMS}$$

– TOK ČÁSTIC SKRZ PLOCHU

– plocha v rovině YZ



počet částic s $v_x \in (v_x, v_x + dv_x)$ za čas dt

$$\Gamma_{v_x} \, dv_x \, dt = n \hat{f}_{v_x} \, dv_x \cdot v_x \, dt$$

$$= \underbrace{n v_x \hat{f}_{v_x}}_{} \, dv_x \, dt$$

$$\Gamma = \int_0^{\infty} dv_x \left(n v_x \overbrace{\sqrt{\frac{m}{2\pi KT}} \exp\left(- \frac{m v_x^2}{2KT} \right)}^{\text{maxwellovský tok}} \right)$$

$$\Gamma = \frac{n}{4} \sqrt{\frac{8KT}{\pi m}} = \frac{n}{4} \langle v \rangle$$

$$\Gamma_E = \Gamma \cdot 2KT \qquad \hat{f}_v^{FLUX} \sim v^3 e^{-\frac{m v^2}{2KT}}$$